Questions Rapides

Mathématiques

BTS

Lycée Félix Le Dantec

Déterminer une primitive

Préparez-vous au calcul mental

Déterminer une primitive

1er calcul :

$$x \longmapsto x^4$$

Déterminer une primitive

2ème calcul :

$$x \mapsto \cos(x)$$

Déterminer une primitive

3$^{\text{ème}}$ calcul :

$$x \mapsto 0$$

Déterminer une primitive

4ème calcul :

$$x \mapsto \sin(x)$$

Déterminer une primitive

5ème calcul :

$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

Déterminer une primitive

Fin des calculs

Correction

1. $x \mapsto x^4$
2. $x \mapsto \cos(x)$
3. $x \mapsto 0$
4. $x \mapsto \sin(x)$
5. $x \mapsto \dfrac{1}{x}$

Choisissez une réponse

Quelle est l'écriture algébrique de :

$$z = (-3 - 9i)(7 - 3i) \text{ ?}$$

- A: $54 - 48i$
- B: $-39 - 48i$
- C: $-48 - 54i$
- D: $4 - 12i$

Réponse

Réponse : C : $-48-54i$

Choisissez une réponse

Quelle est l'écriture algébrique de l'inverse de : $z = -1 - 2i$?

A: $-\dfrac{1}{5} + \dfrac{2i}{5}$

B: $-\dfrac{1}{5} - \dfrac{2i}{5}$

C: $\dfrac{1}{5} - \dfrac{2i}{5}$

D: $\dfrac{2}{5} + \dfrac{i}{5}$

Réponse

Réponse A : $-\dfrac{1}{5}+\dfrac{2i}{5}$

Choisissez une réponse

Quelle est l'écriture algébrique de
$$z = \frac{-5-5i}{6-4i} \ ?$$

A: $-\dfrac{12}{13} + \dfrac{5i}{13}$

B: $-\dfrac{25}{26} - \dfrac{5i}{26}$

C: $\dfrac{25}{26}$

D: $-\dfrac{5}{26} - \dfrac{25i}{26}$

Réponse

Réponse D : $-\frac{5}{26}-\frac{25i}{26}$

Choisissez une réponse

Quelle est l'écriture trigonométrique de :

$$z = 2 - 2\sqrt{3}i \text{ ?}$$

- A: $4\left[\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right]$
- B: $4\left[\cos\frac{13\pi}{6} + i\sin\frac{13\pi}{6}\right]$
- C: $4\left[\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right]$
- D: $4\left[\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right]$

Réponse

Réponse D : $4\left[\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right]$

Choisissez une réponse

Quelle est l'écriture trigonométrique de :

$$z = 3 - 3\sqrt{3}i \text{ ?}$$

- A: $6\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$
- B: $3\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]$
- C: $6\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]$
- D: $3\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

Réponse

Réponse C : $6\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]$

Énoncé

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = u_n - \frac{2}{n^2}$$

Étudier les variations de (u_n).

Corrigé

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{n^2} < 0$$

Donc (u_n) est **décroissante**.

Énoncé

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^4\right) + (1 - x)$
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{1 - x^4}$

Corrigé

1. $$\lim_{x\to-\infty} (x^4) + (1-x) = +\infty$$
2. $$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{1-x^4} = -\infty$$

Énoncé

Déterminer la valeur exacte de :

$$\int_3^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

Corrigé

$$\int_3^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = 4 - 2\sqrt{3}$$

Énoncé

Résoudre, dans $]0;+\infty[$, l'équation :

$$\ln x + \ln(x+2) = \ln 63.$$

Corrigé

Soit $x \in]0;+\infty[$,

$$\begin{aligned}\ln x + \ln(x+2) = \ln 63 &\iff \ln(x(x+2)) = \ln 63\\ &\iff x(x+2) = 63\\ &\iff x^2+2x = 63\\ &\iff x^2+2x-63 = 0 \quad (*)\end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times 1\times(-63) = 256 = 16^2$

$\Delta > 0$ donc $(*)$ admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-2-16}{2} = -9 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2+16}{2} = 7.$$

$-9 \notin]0;+\infty[$ et $7 \in]0;+\infty[$, donc $\boxed{\mathcal{S} = \{7\}}$.

Énoncé

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = -n + 2u_n + 2.$$

Et on définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par

$$v_n = -n + u_n + 1.$$

Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
En déduire une expression de u_n en fonction de n.

Corrigé

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = -n + u_n + 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = -n + 2u_n + 2.$$

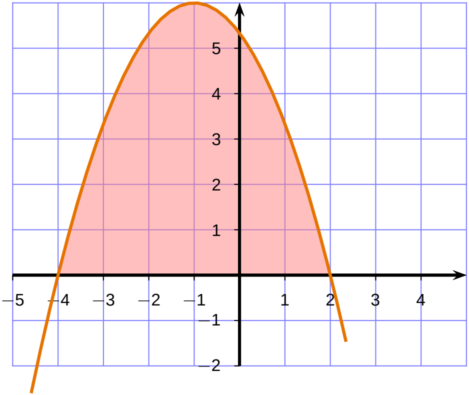
$$\begin{aligned}
\frac{v_{n+1}}{v_n} &= \frac{u_{n+1} - 1(n+1) + 1}{-n + u_n + 1} = \frac{u_{n+1} + (-n)}{-n + u_n + 1} \\
&= \frac{-n + 2u_n + 2 + (-n)}{-n + u_n + 1} \\
&= \frac{-2n + 2u_n + 2}{-n + u_n + 1} = \frac{2(-n + u_n + 1)}{-n + u_n + 1} = \boxed{2}
\end{aligned}$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_0 = 2$. Ainsi pour tout entier n, $v_n = 2 \times 2^n$.
On en déduit que pour entier n, $\boxed{u_n = 2 \times 2^n + n - 1}$.

Énoncé

Calculer l'aire de la zone colorée sachant que :

$$f(x) = -\frac{2x^2}{3} - \frac{4x}{3} + \frac{16}{3}$$



Corrigé

$$\mathcal{A} = \int_{-4}^{2} f(x)dx = \int_{-4}^{2} -\frac{2x^2}{3} - \frac{4x}{3} + \frac{16}{3}dx$$
$$= \left[-\frac{2x^3}{9} - \frac{2x^2}{3} + \frac{16x}{3} \right]_{-4}^{2} = \frac{56}{9} - \left(-\frac{160}{9} \right)$$
$$= \boxed{24} \approx 24,0$$

Énoncé

X suit la loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

1. Calculer l'espérance de X.
2. Calculer la variance de X.

Corrigé

X suit la loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

1. $E(X) = \frac{6}{5}$.
2. $V(X) = \frac{34}{25}$.

Énoncé

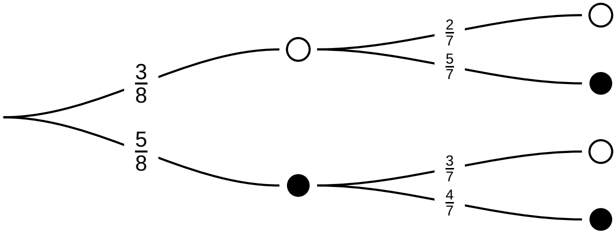
Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules noires. Un jeu consiste à effectuer deux tirages **sans** remise.

- Une boule blanche rapporte 2€.
- Une boule noire ne rapporte rien.

On note X la variable aléatoire donnant le montant des gains.

1. Déterminer la loi de probabilité de X
2. Quel doit-être le coût d'une partie pour que le jeu soit équitable ?

Corrigé



1. Loi de probabilité de X :

x_i	0	2	4
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

2. Pour que le jeu soit équitable, le coût d'une partie doit valoir $E(X) = \frac{5}{2}$€

Énoncé

A et B sont deux événements tels que :

$$P(A) = 0,54; P(B) = 0,67 ;$$
$$P(A \cap B) = 0,43.$$

Calculer $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.

Corrigé

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0,22$$

Énoncé

Mettre au même dénominateur l'expression :

$$B = \frac{4x}{x-7} + \frac{1}{3x-1}$$

Corrigé

$$B = \frac{4x}{x-7} + \frac{1}{3x-1}$$

$$B = \frac{4x(3x-1)}{(x-7)(3x-1)} + \frac{1(x-7)}{(x-7)(3x-1)}$$

$$B = \frac{12x^2-4x}{(x-7)(3x-1)} + \frac{x-7}{(x-7)(3x-1)}$$

$$B = \frac{12x^2-4x+x-7}{(x-7)(3x-1)}$$

$$B = \boxed{\frac{12x^2-3x-7}{(x-7)(3x-1)}}$$

Énoncé

Soit les matrices :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ et } B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Calculer la matrice : $A \times B$.

Corrigé

$$A \times B = \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Énoncé

Résoudre le système :

$$\mathcal{S} = \begin{cases} -3x - 3y - 3z = 39 \\ -2x + y + 2z = 39 \\ -2x - 3y + z = -39 \end{cases}$$

Corrigé

On pose $A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 39 \\ 39 \\ -39 \end{bmatrix}$.

$\mathcal{S} \iff AX = B \iff X = A^{-1}B$.

D'après la calculatrice : $A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{39} & -\frac{4}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{2}{39} & \frac{3}{13} & -\frac{4}{13} \\ -\frac{8}{39} & \frac{1}{13} & \frac{3}{13} \end{bmatrix}$.

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} -\frac{7}{39} & -\frac{4}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{2}{39} & \frac{3}{13} & -\frac{4}{13} \\ -\frac{8}{39} & \frac{1}{13} & \frac{3}{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 39 \\ 39 \\ -39 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 \\ 23 \\ -14 \end{bmatrix}$$

Donc $x = -22$, $y = 23$ et $z = -14$.